மேல்நிலை முதலாம் ஆண்டு

கணிதவியல்

மாதிரி வினாத்தாள்

நேரம்: 2.30 மணி] **[மொத்த மதிப்பெண்கள்:90**

அறிவுரைகள்: (1) *அனைத்து வினாக்களும் சரியாக பதிவாகி உள்ளதா என்பதனைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளவும். அச்சுப்பதிவில் குறையிருப்பின், அறைக் கண்காணிப்பாளரிடம் உடனடியாக தெரிவிக்கவும்.*

(2) **நீலம்** அல்லது **கருப்பு** மையினை மட்டுமே எழுதுவதற்கும், அடிக்கோடிடுவதற்கும் பயன்படுத்த வேண்டும். படங்கள் வரைவதற்கு பென்சில் பயன்படுத்தவும்.

<u>பிரிவு – I</u>

குறிப்பு: (i) **அனைத்து வினாக்களும்** விடையளிக்கவும். $20\times1=20$

(ii) கொடுக்கப்பட்ட **நான்கு** விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினைத் தேர்ந்தெடுத்து, குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதுக.

1. A மற்றும் B எனும் இரு கணங்களில் 17 உறுப்புகள் பொதுவானவை எனில், $A\times B$ மற்றும் $B\times A$ ஆகிய கணங்களில் உள்ள பொது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
   (1) 2^{17} (2) 17^2 (3) 34 (4) போதுமான தகவல் இல்லை

2. $\mathbb{R}$ என்பது மெய்யெண்களின் கணம் மற்றும் $f:\mathbb{R}-\{3\}\to\mathbb{R}$ என்பது $f(x)=\dfrac{3+x}{3-x}, x\in\mathbb{R}-\{3\}$ என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது எனில், f –ன் வீச்சகம்
   (1) $\mathbb{R}$ (2) $\mathbb{R}-\{1\}$ (3) $\mathbb{R}-\{-1\}$ (4) $\mathbb{R}-\{-3\}$

3. $2x^2+(a-3)x+3a-5=0$ என்ற சமன்பாட்டில் மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் ஆகியவை சமம் எனில், a –ன் மதிப்பு
   (1) 1 (2) 2 (3) 0 (4) 4

4. பின்வருவனவற்றுள் எது மெய்யல்ல?
   (1) $|\sin(x)|\le1$ (2) $|\sec(x)|<1$
   (3) $|\cos(x)|\le1$ (4) $\operatorname{cosec}(x)\ge1$ அல்லது $\operatorname{cosec}(x)\le-1$

5. $\cos1^\circ+\cos2^\circ+\cos3^\circ+\cdots+\cos179^\circ$ –ன் மதிப்பு
   (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) 89

6. எந்த இரண்டு கோடுகளுக்கும் இணையாக இல்லாமலும் மற்றும் எந்த மூன்று கோடுகளும் ஒரு புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளாமலும் இருக்குமாறு ஒரு தளத்தின் மீது 10 நேர்க்கோடுகள் வரையப்பட்டால், கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை
   (1) 45 (2) 40 (3) 10! (4) 2^{10}

7. 2^{2020} –ஐ 15 –ஆல் வகுக்க கிடைக்கும் மீதி
   (1) 4 (2) 8 (3) 1 (4) 2

8. இரு மிகை எண்களின் கூட்டுச் சராசரி மற்றும் பெருக்குச் சராசரி முறையே 16 மற்றும் 8 எனில், அவற்றின் இசைச் சராசரி

(1) 10 (2) 6 (3) 5 (4) 4

9. $ax+by+c=0$ என்ற நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டில் a,b,c என்பன கூட்டுத்தொடரில் உள்ளன எனில் நேர்க்கோட்டின் மீது உள்ள புள்ளி

(1) $(1,2)$ (2) $(1,-2)$ (3) $(2,-1)$ (4) $(2,1)$

10. $x+(2k-7)y+3=0$ மற்றும் $3kx+9y-5=0$ என்ற இரு கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில், k –ன் மதிப்பு

(1) 3 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{2}$

11. $|\vec{a}|=13$ $|\vec{b}|=5$ மற்றும் $\vec{a}\cdot\vec{b}=60^\circ$ எனில் $|\vec{a}\times\vec{b}|$ –ன் மதிப்பு

(1) 15 (2) 35 (3) 45 (4) 25

12. ஒரு வெக்டர் $\overrightarrow{OP}$ ஆனது x மற்றும் y அச்சுகளின் மிகைதிசையில் முறையை 60° மற்றும் 45° ஐ ஏற்படுத்துகின்றது. $\overrightarrow{OP}$ ஆனது z–அச்சுடன் ஏற்படுத்தும் கோணம்

(1) 45° (2) 60° (3) 90° (4) 30°

13. $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ மற்றும் $2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$ ஆகியவெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான வெக்டர்

(1) $2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$ (2) $2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ (3) $3\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ (4) $3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$

14. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin|x|}{x}$ –ன் மதிப்பு

(1) 1 (2) -1 (3) 0 (4) மதிப்பு இல்லை

15. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ என்பது $f(x)=\lfloor x-3\rfloor+|x-4|$, $x\in\mathbb{R}$, என வரையறுக்கப்பட்டால் $\lim_{x\to 3^-} f(x)$ ன் மதிப்பு

(1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1

16. $f(x)=\begin{cases} x^3, & x<0 \\ 3a+x^2, & x\geq 0 \end{cases}$ என்பது $x=0$ –ல் தொடர்ச்சியானது எனில், a–ன் மதிப்பு

(1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1

17. $x=-3$ இல் $f(x)=x|x|$ - ன் வகைக்கெழு

(1) 6 (2) -6 (3) வகைமைஇல்லை (4) 0

18. $\int\frac{dx}{x(x+1)}$

(1) $\log\left|\frac{x+1}{x}\right|+c$ (2) $\log\left|\frac{x}{x+1}\right|+c$ (3) $\log\left|\frac{x-1}{x}\right|+c$ (4) $\log\left|\frac{x}{x-1}\right|+c$

19. $\int 2^{3x+5}dx$ - ன் மதிப்பு

(1) $\frac{3(2^{3x+5})}{\log 2}+c$ (2) $\frac{2^{3x+5}}{2\log(3x+5)}+c$ (3) $\frac{2^{3x+5}}{2\log 3}+c$ (4) $\frac{2^{3x+5}}{3\log 2}+c$

20. X மற்றும் Y என்ற இரு நிகழ்ச்சிகளுக்கு $P(X/Y)=\frac{1}{2}, P(Y/X)=\frac{1}{3}$ $P(X\cap Y)=\frac{1}{6}$, எனில் $P(X\cup Y)$ ன் மதிப்பு

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{2}{3}$

பிரிவு- II

குறிப்பு: (i) ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். $7\times 2=14$

(ii) வினா எண் 30க்குகட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

21. $y=\cos x$ -ன் வளைவரையைப் பயன்படுத்தி $|y|=\cos x$ –ன் வளைவரையை வரைக.

22. $\frac{\log(x)}{y-z}=\frac{\log(y)}{z-x}=\frac{\log(z)}{x-y}$ எனில், $xyz=1$ என நிறுவுக

23. நிறுவுக: $\tan(45^\circ-A)=\frac{1-\tan A}{1+\tan A}$

24. *GARDEN* என்ற வார்த்தையில் உள்ள எழுத்துக்களைப் பயன்படுத்தி உயிர் எழுத்துக்கள் ஆங்கில அகராதியில் உள்ளவாறு எத்தனை வழிகளில் உருவாக்கலாம்?

25. கூடுதல் காண்க: $1+\frac{4}{5}+\frac{7}{25}+\frac{10}{125}+\cdots$

26. $2\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}$, $3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ மற்றும் $6\hat{i}-5\hat{j}+7\hat{k}$ ஆகியவற்றை நிலைவெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் ஒரே கோட்டிலமையும் எனக் காட்டுக.

27. $\frac{x^2-16}{x+4}$ என்ற சார்பின் தொடர்ச்சித்தன்மையை ஆராய்க.

28. $y=\log_{10}x$ ஐ x–ஐப்பெறுத்து வகையிடுக

29. மதிப்புக்காண்க: $\int \frac{\sin x}{1+\cos x}dx$

30. $A=\begin{bmatrix}4 & 2\\ -1 & x\end{bmatrix}$ மற்றும் $(A-2I)(A-3I)=O$ எனில், x–ன் மதிப்பு காண்க

பிரிவு - III

குறிப்பு: (i) ஏதேனும் ஏழு வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். $7\times 3=21$

(ii) வினா எண் 40 கட்டாயம் விடையளிக்கவும்.

31. $S=\{1,2,3,\ldots,n\}$ எனும் கணத்தின் மீதான தொடர்பு $R=\{(1,1),(2,2),(3,3),\ldots,(n,n)\}$ எனில், மூன்று அடிப்படைத் தொடர்புகளையும் சோதிக்கவும்

32. நிறுவுக: $\frac{\cot(180^\circ+\theta)\sin(90^\circ-\theta)\cos(-\theta)}{\sin(270^\circ+\theta)\tan(-\theta)\operatorname{cosec}(360^\circ+\theta)}=\cos^2\theta\cot\theta$

33. ஒரு மாணவர் ஒரு தேர்வில் 9 வினாக்களில் 2 வினாக்களுக்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்க வேண்டும் என்ற நிபந்தனையுடன் 5 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க வேண்டும். எத்தனை வழிகளில் அந்த வினாக்களுக்கு ஒரு மாணவர் விடையளிக்கலாம்?

34. $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^{10}$ –ன் விரிவில் x^{15} –ன் கெழுவைக் காண்க

35. அச்சின் வெட்டுத்துண்டு 7 மற்றும் நேர்க்கோட்டிற்கும் அச்சுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் எனில், நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

36. நிறுவுக: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)$

37. $\vec{a}, \vec{b}$ $\vec{c}$ என்ற மூன்று வெக்டர்களின் எண்ணளவுகள் முறையே 3,4மற்றும்5 மற்றும் $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ எனில் $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$ ன் மதிப்புகாண்க

38. மதிப்புக்காண்க: $\int x \log x \, dx$

39. A மற்றும் B ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகள் மற்றும் $P(A)=\frac{3}{8},\ P(B)=\frac{1}{8}$,எனில்

(i) $P(\overline{A})$ (ii) $P(A\cup B)$ (iii) $P(\overline{A}\cap B)$

ஆகியவற்றைக் காண்க

40. மதிப்புகாண்க: $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

பிரிவு – IV

குறிப்பு: அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். $7\times 5=35$

41.(a) $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ என்ற சார்புகள் $f(x)=|x|+x$ மற்றும் $g(x)=|x|-x$ என வரையறுக்கப்படின் $g\circ f$ மற்றும் $f\circ g$ காண்க

(அல்லது)

(b) $x+y\geq 3$, $2x-y\leq 5$ மற்றும் $-x+2y\leq 3$ எனில் ஆகிய அசமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கு வரைபடப் பகுதியாகத் தீர்வு காண்க

42.(a) $A+B+C=\pi$ எனில், $\cos A+\cos B+\cos C=1+4\sin\left(\frac{A}{2}\right)\sin\left(\frac{B}{2}\right)\sin\left(\frac{C}{2}\right)$ எனநிறுவுக

(அல்லது)

(b) ΔABC இல் $a\cos A+b\cos B+c\cos C=2a\sin B\sin C$ என நிறுவுக

43.(a) கணிதத்தொகுத்தறதல் முறையில் பூஜ்ஜியமற்று முதல் n இரட்டை எண்களின் கூடுதல் n^2+n என நிருபிக்க

(அல்லது)

(b) நுண்ணுயிர் வளர்ச்சியில் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திற்கும் நுண்ணுயிரிகளின் எண்ணிக்கையானது அதன் முந்தைய மணி நேரத்தில் உள்ளது போல் இரு மடங்காகிறது. ஆரம்பத்தில் 30 நுண்ணுயிர்கள் இருக்குமானால் 2 ஆவது, 4 ஆவது மற்றும்n ஆவது மணி நேர முடிவில் எத்தனை நுண்ணுயிர்கள் இருக்கும்?

44. (a) $\begin{vmatrix} \log x & \log y & \log z \\ \log 2x & \log 2y & \log 2z \\ \log 3x & \log 3y & \log 3z \end{vmatrix} = 0$ என நிறுவுக

(அல்லது)

(b) $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $-\hat{j} + 2\hat{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனக் காட்டுக

45 .(a) $h(x) = \begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ என்ற சார்பு எந்த இடைவெளியில் தொடர்ச்சியானது எனக் காண்க.

(அல்லது)

(b) $\sin y = x\sin(a+y)$ எனில், $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$ என நிருபிக்க. இங்கு $a \neq n\pi$

46. (a) $2x+1 = t^2$ எனக் கொண்டு $\displaystyle\int \frac{6x}{\sqrt{2x+1}}dx = 2(x-1)\sqrt{2x+1} + c$. என நிறுவுக

(அல்லது)

(b) ஒரு கட்டிடம் கட்டும் நிறுவனத்தில் 2 செயற் பொறியாளர்கள் பணியில் அமர்த்தப்படுள்ளனர். நிறுவனத்தின் 60% மற்றும் 40%. வேலைகளை முறையே செயற்பொறியாளர்–1 மற்றும் செயற்பொறியாளர்–2 வேலை செய்கிறார்கள். முன் அனுபவத்தை செயற்பொறியாளர்–1 மற்றும் செயற்பொறியாளர்–2 வேலை செய்வதில் தவறிழைக்க நிகழ்தகவுகள் முறையே 0.03 மற்றும் 0.04 ஆகும். தற்போது நடைபெறும் கட்டுமானப் பணியில் ஒரு மோசமான(விளைவு) தவறு நிகழ் வதாக கொண்டால் எந்த செயற்பொறியாளர் தவறு இழைத்திருக்கக் கூடும் எனக்காண்க.

47. (a) மாணவர் ஒருவர் தன் மோட்டார் சைக்கிளில் 24மீ/வினாடி வேத்தில் சென்று கொண்டிருக்கும் போது, குறிப்பிட்டதருணத்தில் தனக்கு முன்பாக 40மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும் தடுப்பின் மீது மோதலை தவிர்க்க வாகனத்தை நிறுத்த வேண்டியுள்ளது. உடனடியாக தன்னுடைய வாகனத்தை 8மீ/வினாடி^{2} எதிர் முடுக்கத்தில் வேகத்தை குறைக்கிறார் எனில், வாகனம் தடுப்பின் மீது மோதுவதற்கு முன் நிற்குமா?

(அல்லது)

(b) $2x^2 - xy - 3y^2 - 6x + 19y - 20 = 0$ என்ற இரட்டை நேர்கோடுகளின் தனித்தனி சமன்பாடுகளைக்காண்க.